6.3 遗传算法应用简例

例：用遗传算法求函数$f(x)=x^2$的最大值，其中x为[0，31]间的整数。

解 这个问题本身比较简单，其最大值很显然是在x=31处。但作为一个例子，它有着较好的示范性和可理解性。

按照遗传算法，其求解过程如下：

(1) 编码

由于x的定义域是区间[0，31]上的整数，由5位二进制数即可全部表示。因此，可采用二进制编码方法，其编码串的长度为5。

例如，用二进制串00000来表示x=0，11111来表示x=31等。其中的0和1为基因值。

6.3 遗传算法应用简例

(2) 生成初始种群

若假设给定的种群规模n=4，则可用4个随机生成的长度为5的二进制串作为初始种群。

再假设随机生成的初始种群（即第0代种群）为：

S_{01}=0 1 1 0 1　　S_{02}=1 1 0 0 1

S_{03}=0 1 0 0 0　　S_{04}=1 0 0 1 0

6.3 遗传算法应用简例

(3) 计算适应度

要计算个体的适应度，首先应该定义适应度函数。由于本例是求$f(x)$的最大值，因此可直接用$f(x)$来作为适应度函数

其中的二进制串S对应着变量x的值。根据此函数，初始种群中各个个体的适应值及其所占比例如表所示。

表1 初始种群情况表

编号	个体串（染色体）	x	适应值	百分比%	累计百分比%	选中次数
S_{01}	0 1 1 0 1	13	169	14.30	14.30	1
S_{02}	1 1 0 0 1	25	625	52.88	67.18	2
S_{03}	0 1 0 0 0	8	64	5.41	72.59	0
S_{04}	1 0 0 1 0	18	324	27.41	100	1

可以看出，在4个个体中S_{02}的适应值最大，是当前最佳个体。

6. 3 遗传算法应用简例

(4) 选择操作

假设采用轮盘赌方式选择个体，且依次生成的4个随机数（相当于轮盘上指针所指的数）为0.85、0.32、0.12和0.46，经选择后得到的新的种群为：

S_{01}=1 0 0 1 0

S_{02}=1 1 0 0 1

S_{03}=0 1 1 0 1

S_{04}=1 1 0 0 1

编号	个体串（染色体）	x	百分比%	累计百分比%
S_{01}	0 1 1 0 1	13	14.30	14.30
S_{02}	1 1 0 0 1	25	52.88	67.18
S_{03}	0 1 0 0 0	8	5.41	72.59
S_{04}	1 0 0 1 0	18	27.41	100

其中，染色体1 1 0 0 1在种群中出现了2次，而原染色体0 1 0 0 0则因适应值太小而被淘汰。

6.3 遗传算法应用简例

(5) 交叉

假设交叉概率为0.5，若规定种群中的染色体按顺序两两配对交叉（也可以随机），且有S_{01}与S_{02}交叉，S_{03}与S_{04}不交叉，则交叉情况如表所示。

表2 初始种群的交叉情况表

编号	个体串（染色体）	交叉对象	交叉位	子代	适应值
S_{01}	1 0 0 1 0	S_{02}	3	1 0 0 0 1	289
S_{02}	1 1 0 0 1	S_{01}	3	1 1 0 1 0	676
S_{03}	0 1 1 0 1	S_{04}	N	0 1 1 0 1	169
S_{04}	1 1 0 0 1	S_{03}	N	1 1 0 0 1	625

可见，经交叉后得到的新的种群为：

$$S_{01}=1\ 0\ 0\ 0\ 1 \quad S_{02}=1\ 1\ 0\ 1\ 0$$

$$S_{03}=0\ 1\ 1\ 0\ 1 \quad S_{04}=1\ 1\ 0\ 0\ 1$$

6.3 遗传算法应用简例

(6) 变异

变异概率一般都很小，假设本次循环中没有发生变异，则变异前的种群即为进化后所得到的第1代种群。即：

$$S_{11}=1\ 0\ 0\ 0\ 1$$

$$S_{12}=1\ 1\ 0\ 1\ 0$$

$$S_{13}=0\ 1\ 1\ 0\ 1$$

$$S_{14}=1\ 1\ 0\ 0\ 1$$

然后，对第1代种群重复上述(4)-(6)的操作。

6.3 遗传算法应用简例

对第1代种群，同样重复上述(4)-(6)的操作。其选择情况如表

表3 第1代种群的选择情况表

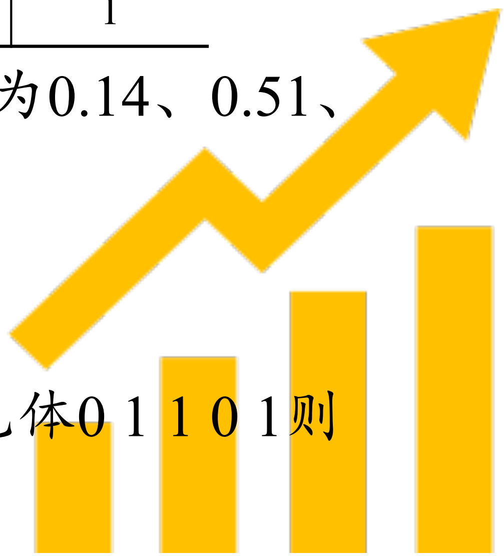
编号	个体串（染色体）	x	适应值	百分比%	累计百分比%	选中次数
S_{11}	1 0 0 0 1	27	289	16.43	16.437	1
S_{12}	1 1 0 1 0	26	676	38.43	54.86	2
S_{13}	0 1 1 0 1	13	169	9.61	64.47	0
S_{14}	1 1 0 0 1	25	625	35.53	100	1

其中若假设按轮盘赌选择时依次生成的4个随机数为0.14、0.51、0.24和0.82，经选择后得到的新的种群为：

$$S_{11}=1\ 0\ 0\ 0\ 1 \qquad S_{12}=1\ 1\ 0\ 1\ 0$$

$$S_{13}=1\ 1\ 0\ 1\ 0 \qquad S_{14}=1\ 1\ 0\ 0\ 1$$

可以看出，染色体1 1 0 1 0被选择了2次，而原染色体0 1 1 0 1则因适应值太小而被淘汰。



6.3 遗传算法应用简例

对第1代种群，其交叉情况如表

编号	个体串（染色体）	交叉对象	交叉位	子代	适应值
S_{11}	1 0 0 0 1	S_{12}	3	1 0 0 1 0	324
S_{12}	1 1 0 1 0	S_{11}	3	1 1 0 0 1	625
S_{13}	1 1 0 1 0	S_{14}	2	1 1 0 0 1	625
S_{14}	1 1 0 0 1	S_{13}	2	1 1 0 1 0	675

可见，经杂交后得到的新的种群为：

$$S_{11}=1\ 0\ 0\ 1\ 0 \quad S_{12}=1\ 1\ 0\ 0\ 1$$

$$S_{13}=1\ 1\ 0\ 0\ 1 \quad S_{14}=1\ 1\ 0\ 1\ 0$$

可以看出，第3位基因均为0，已经不可能通过交叉达到最优解。这种过早陷入局部最优解的现象称为**早熟**。为解决这一问题，需要采用变异操作。

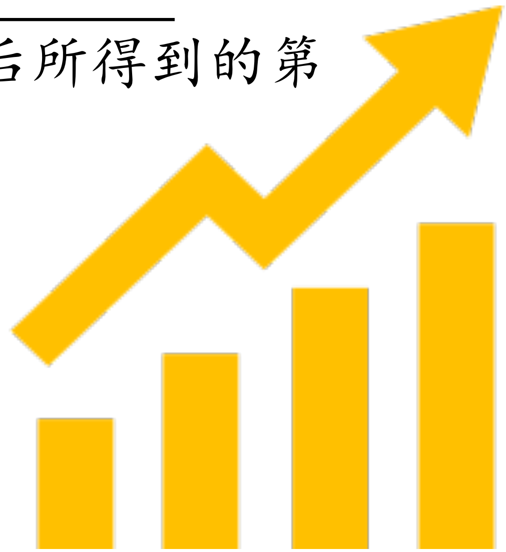
6.3 遗传算法应用简例

对第1代种群，其变异情况如表

编号	个体串（染色体）	是否变异	变异位	子代	适应值
S_{11}	1 0 0 1 0	N		1 0 0 1 0	324
S_{12}	1 1 0 0 1	N		1 1 0 0 1	625
S_{13}	1 1 0 0 1	N		1 1 0 0 1	625
S_{14}	1 1 0 1 0	Y	3	1 1 1 1 0	900

它是通过对S14的第3位的变异来实现的。变异后所得到的第2代种群为：

$$S_{21}=1\ 0\ 0\ 1\ 0$$
$$S_{22}=1\ 1\ 0\ 0\ 1$$
$$S_{23}=1\ 1\ 0\ 0\ 1$$
$$S_{24}=1\ 1\ 1\ 1\ 0$$



6.3 遗传算法应用简例

对第2代种群，同样重复上述(4)-(6)的操作。其选择情况如表

编号	个体串（染色体）	x	适应值	百分比%	累计百分比%	选中次数
S_{21}	1 0 0 1 0	18	324	23.92	23.92	1
S_{22}	1 1 0 0 1	25	625	22.12	46.04	1
S_{23}	1 1 0 0 1	25	625	22.12	68.16	1
S_{24}	1 1 1 1 0	30	900	31.84	100	1

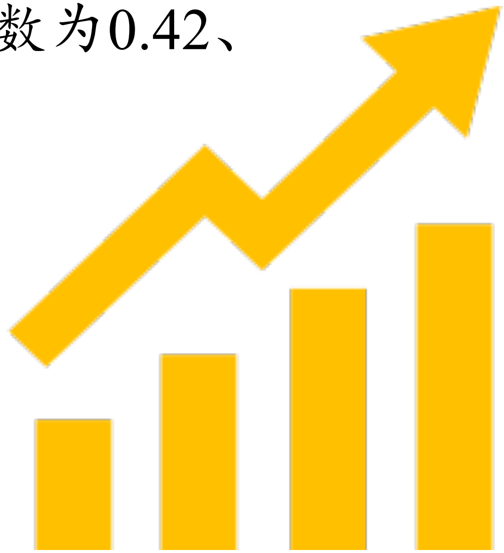
其中若假设按轮盘赌选择时依次生成的4个随机数为0.42、0.15、0.59和0.91，经选择后得到的新的种群为：

S_{21}=1 1 0 0 1

S_{22}=1 0 0 1 0

S_{23}=1 1 0 0 1

S_{24}=1 1 1 1 0



6.3 遗传算法应用简例

对第2代种群，其交叉情况如表5-11所示。

编号	个体串（染色体）	交叉对象	交叉位	子代	适应值
S_{21}	1 1 0 0 1	S_{22}	3	1 1 0 1 0	676
S_{22}	1 0 0 1 0	S_{21}	3	1 0 0 0 1	289
S_{23}	1 1 0 0 1	S_{24}	4	1 1 0 0 0	576
S_{24}	1 1 1 1 0	S_{23}	4	1 1 1 1 1	961

这时，函数的最大值已经出现，其对应的染色体为1 1 1 1 1，经解码后可知问题的最优解是在点x=31处。

求解过程结束。